Übung 16
Endspurt

Hinweise zur Klausur

Auswertung der Umfrage

Semi-Thue-Systeme

- Semi-Thue-System **T=(Σ**, T) mit
  - endlichem Zeichenvorrat **Σ**
  - endlicher Regelmenge T
    - Regeln $l \to r$ mit $l,r \in \Sigma^*$ Kleene'sche Stern

- Ausführung:
  - Wähle eine beliebige anwendbare Regel
  - Wähle eine beliebige passender Anwendungsstelle
  - Wende die Regel an (Direkte Ableitung $x \Rightarrow x'$)
  - Ausführung stoppt wenn keine Regel mehr anwendbar

- $x \Rightarrow^* x'$: Endliche Folge direkter Ableitungen

Markov-Algorithmen

- Markov-Algorithmus (Σ, R) mit
  - endlicher Alphabet Σ
  - endlicher **Folge** von Regeln R
    - Regeln $l \to r$ mit $l,r \in \Sigma^*$
    - **haltende** Regeln $l \to . r$ mit $l,r \in \Sigma^*$

- Ausführung:
  - Wähle die **erste** anwendbare Regel (Ordnung der Folge)
  - Wähle die **erste** passende Anwendungsstelle (v.l.n.r)
  - Wende die Regel an
  - Ausführung stoppt **nach haltender Regel**

Formale Sprachen

Grammatik : $G = (\Sigma, N, P, S)$ wobei

- Σ Menge der Terminale, N Menge der Nichtterminale (kurz $V = \Sigma \cup N$)
- $S \in N$ Startsymbol
- P Menge von Produktionen $l \to r$, wobei $l,r \in V^*$

- Sprache $L(G) = \{ w \in \Sigma^* : S \Rightarrow^* w \}$
- Andere Grammatiken können dieselbe Sprache beschreiben
  - $L(G)=L(G') \Rightarrow G, G'$ schwach äquivalent

- Chomsky-Hierarchie:
  - $L(G) \in$ CH-(x+1) $\Rightarrow L(G)$ in CH-x (vernachlässige dabei ε)
- Wir suchen stets die engste Chomsky-Klasse
  - Eine gegebene Grammatik kann komplizierter sein als nötig

Chomsky-Hierarchie

Typ	Name	Produktionen
CH-0	Chomsky 0	$l \rightarrow r$ mit $l,r \in V^*$ beliebig
CH-1	kontextsensitiv	Ausschließlich kontextsensitiv $uAv \rightarrow urv,\ A \in N,\ r \in V^+,\ u, v \in V^*$ **oder** ausschließlich beschränkt $l \rightarrow r;\ l,r \in V^*,\ 1 \leq \|l\| \leq \|r\|$ Identische Sprach-,nicht aber Grammatikklassen. Keine ε-Produktionen. Wählt eine!
CH-2	kontextfrei	$A \rightarrow r$ mit $A \in N,\ r \in V^*$
CH-3	regulär	Ausschließlich linkslinear, terminierend, ε **oder** ausschließlich rechslinear, terminierend, ε $A \rightarrow Bx,\ A, B \in N,\ x \in \Sigma$ (linkslinear) $A \rightarrow xB,\ A, B \in N,\ x \in \Sigma$ (rechtslinear) $A \rightarrow x,\ A \in N,\ x \in \Sigma$ (terminierend) $A \rightarrow \varepsilon,\ A \in N$ (ε-Produktion) Keine Kettenproduktionen $A \rightarrow B\ \ A, B \in N$

Engste Chomsky-Klasse einer Sprache

- Eigentliche Theorie in Info III

- Faustregeln: die Beschreibung von L
  - enthält Primzahlen etc. $\Rightarrow L \in$ CH-0
  - enthält Klammerstrukturen $\Rightarrow L \in$ CH-2
  - enthält unbeschränkte Exponenten, die mehrfach auftreten $\Rightarrow L \in$ CH-2
  - sonstige, insbesondere endliche Aufzählung $\Rightarrow L \in$ CH-3

Boole'sche Algebra

- Operatoren in fallender Präzedenz

Operator (Buch)	Synonyme
$\complement$	$\overline{x} = \neg x$
$\wedge$	
$\vee$	

- Spezielle Werte der Algebra
    - Top $\top$, Bottom $\perp$
- Beweise können nur auf die Axiome zurückgreifen
    - Axiome sind teilweise redundant
- Keine Wahrheitstabellen möglich!

3.2 Boolesche Algebra

Wiederholung: Die boolesche Algebra ist ein vollständiger, distributiver, komplementärer Verband $\mathcal{B} = (U, \vee, \wedge, \complement)$ mit den Gesetzen:

V1	Assoziativität:	$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$	$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
V2	Kommutativität:	$x \wedge y = y \wedge x$	$x \vee y = y \vee x$
V3	Idempotenz:	$x \wedge x = x$	$x \vee x = x$
V4	Verschmelzung:	$(x \vee y) \wedge x = x$	$(x \wedge y) \vee x = x$
V5	Distributivität:	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	
V6	Modularität:	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge z$,	falls $x \leq z$
V7	neutrale Elemente:	$x \wedge \bot = \bot$ $x \wedge \top = x$	$x \vee \bot = x$ $x \vee \top = \top$
V8	Komplement:	$x \wedge \complement x = \bot$	$x \vee \complement x = \top$
V9	Involution:	$\complement(\complement x) = x$	
V10	De Morgan:	$\complement(x \wedge y) = \complement x \vee \complement y$	$\complement(x \vee y) = \complement x \wedge \complement y$

Halbordnung: $x \leq y$ genau dann, wenn $x \wedge y = x$ bzw. $x \vee y = y$.

•Operatoren der Aussagenlogik in fallender Präzedenz

Operator (Buch)	Definition	Synonyme
$\neg$		$\overline{x} = \neg x$
$\wedge$		
$\vee$		
$\rightarrow$	$\neg x \vee y$	$\Rightarrow$
$\equiv$	$(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$ oder $(x \wedge y) \vee (\overline{x} \wedge \overline{y})$	$\leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$

Normalformen der Aussagenlogik

- Literale
  - Variable, negierte Variable
- Konjunktive Normalform:
  - Konkunktion von Disjunktionen von Literalen
    - $(x \vee \overline{y} \vee z) \wedge (\overline{x} \vee y) \wedge (y \vee \overline{z})$
- Disjunktive Normalform
  - Disjunktion von Konjunktionen von Literalen
    - $(x \wedge \overline{y} \wedge z) \vee (\overline{x} \wedge y) \vee (y \wedge \overline{z})$
  - Zeigt unmittelbar die Erfüllbarkeit
  - Daher aufwendig in der Konstruktion

- Überführung in DNF / KNF
  - Operatoren in $\neg$, $\wedge$, $\vee$ auflösen
  - Distributivität und deMorgan einsetzen

Formelmengen und Kalküle

- Sei $\mathcal{F}$ Formelmenge, F Formel

- $\mathcal{F} \models F$ heißt: F folgt semantisch aus $\mathcal{F}$.
  Jede Variablenbelegung, die alle Formeln in $\mathcal{F}$ erfüllt, erfüllt auch F.
  - Für Tautologien F gilt: $\emptyset \models F$, kurz auch $\models F$

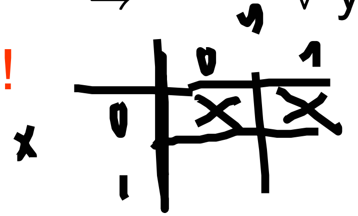
- Gegeben ein Kalkül K mit Regelschemata
  - $$\frac{\begin{matrix}F\\G\end{matrix}}{H}$$

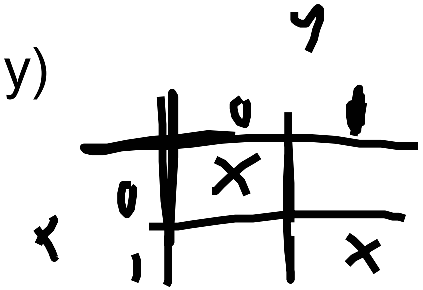
- $\mathcal{F} \vdash_K F$ heißt: F folgt syntaktisch aus $\mathcal{F}$ im Kalkül K
  - Ist K aus Kontext bekannt, so schreibe $\mathcal{F} \vdash F$

- K korrekt: Wenn $\mathcal{F} \vdash_K F$, so auch $\mathcal{F} \models F$
- K vollständig: Wenn $\mathcal{F} \models F$, so auch $\mathcal{F} \vdash_K F$

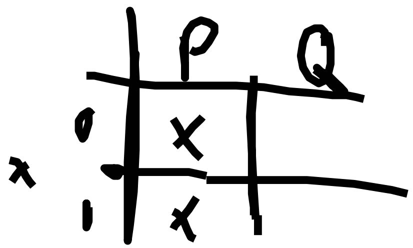
- Erweitert die Aussagenlogik um Quantoren
  - $\forall$ Aussage gilt für alle Belegungen der Variable
  - $\exists$ Aussage git für mindestens eine Belegung der Variable
- Freie und gebundene Variable
  - Quantoren wirken nach rechts:
    - $P(x) \land \forall x: Q(x)$
  - Aussagenlogische Operatoren haben Präzedenz vor Quantoren
    - $\forall x \left[\left(\left(\neg P(x) \right) \land Q(x) \right) \lor R(x) \right]$
  - Nähere Quantoren verdecken fernere Quantoren:
    - $\exists x: P(x) \land \forall x: Q(x)$
  - Klammern schützen!
    - $(\forall x: P(x)) \land Q(x)$

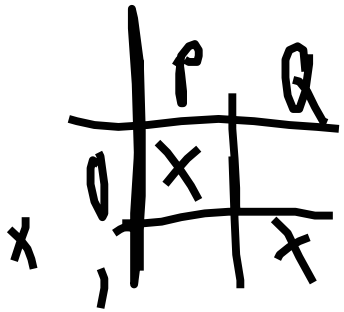
- $\neg \forall x: P(x) \quad = \quad \exists x: \neg P(x)$
- $\exists x \forall y: P(x,y) \quad \Rightarrow \quad \forall y \exists x: P(x,y)$
  - nicht umgekehrt!



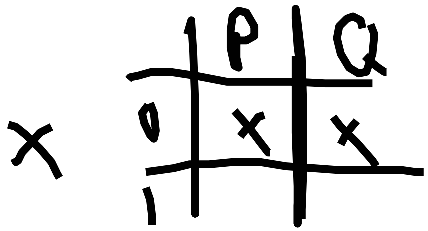


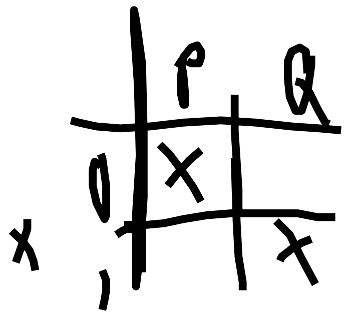
- $\forall x: P(x) \wedge \forall x: Q(x) \quad = \quad \forall x: P(x) \wedge Q(x)$
- $\forall x: P(x) \vee \forall x: Q(x) \quad \Rightarrow \quad \forall x: P(x) \vee Q(x)$
  - nicht umgekehrt!





- $\exists x: P(x) \vee Q(x) \quad = \quad \exists x: P(x) \vee \exists x: Q(x)$
- $\exists x: P(x) \wedge Q(x) \quad \Rightarrow \quad \exists x: P(x) \wedge \exists x: Q(x)$
  - nicht umgekehrt!





Aussagenlogische Normalformen

- bereinigte Form
  - Nur noch ∀, ∃, ∧, ∨, ¬
- Pränexform:
  - Alle Quantoren stehen vorne
    - Beachte: niemals ∃ vor ∀ ziehen!
- Skolemform
  - Grundidee: existenzquantisierte Variable ist Funktion der vorangehenden allquantisierten Variablen
  - Entferne Quantor, ersetze an ihn gebundene Variable durch Skolemfunktionen $sk_i(x_1, \ldots, x\_k)$.

$F = QA$

$\forall x \forall y \cancel{\exists z}\ P(x, y, z)$

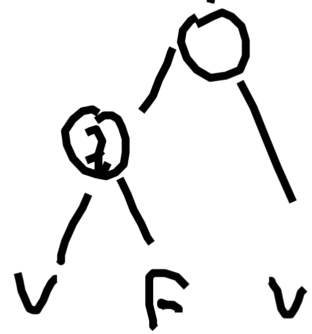
$sk_1(x, y)$

- Terme sind:
  - Variable v
  - Ist F Term und v Variable, so ist λ v.F Term
  - Sind F_1, F_2 Terme, so auch F_1 F_2
- Also: in Lambda-Ausdrücken F klammern!
- Freie und gebundene Variable:
  - analog zur Prädikatenlogik

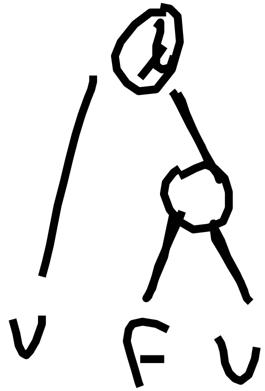
$F_1 = \lambda v.F$

F_2 bel., z.B. $= x$

$(\lambda v.F)\ x$



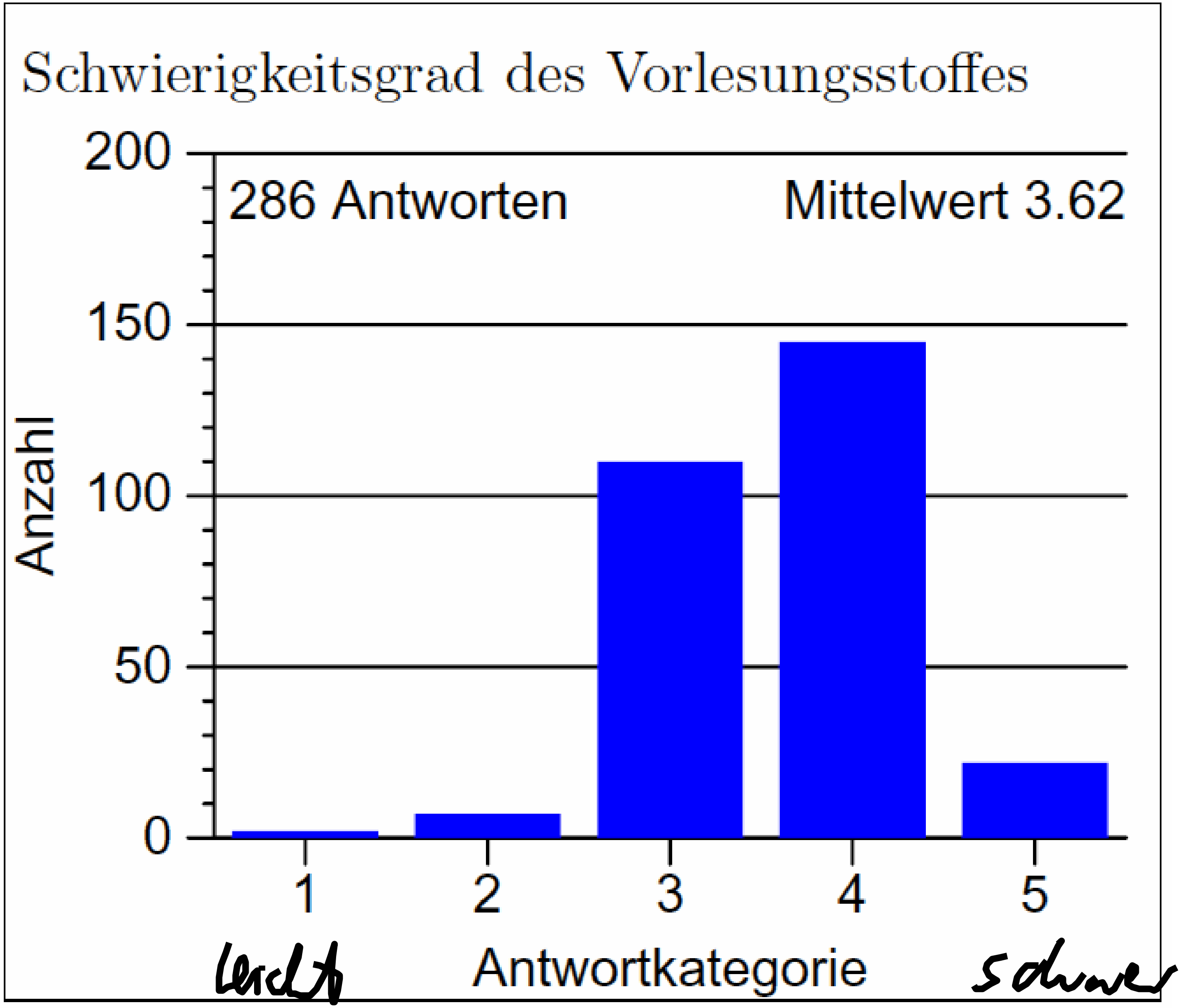
$\lambda v.(F\ x)$



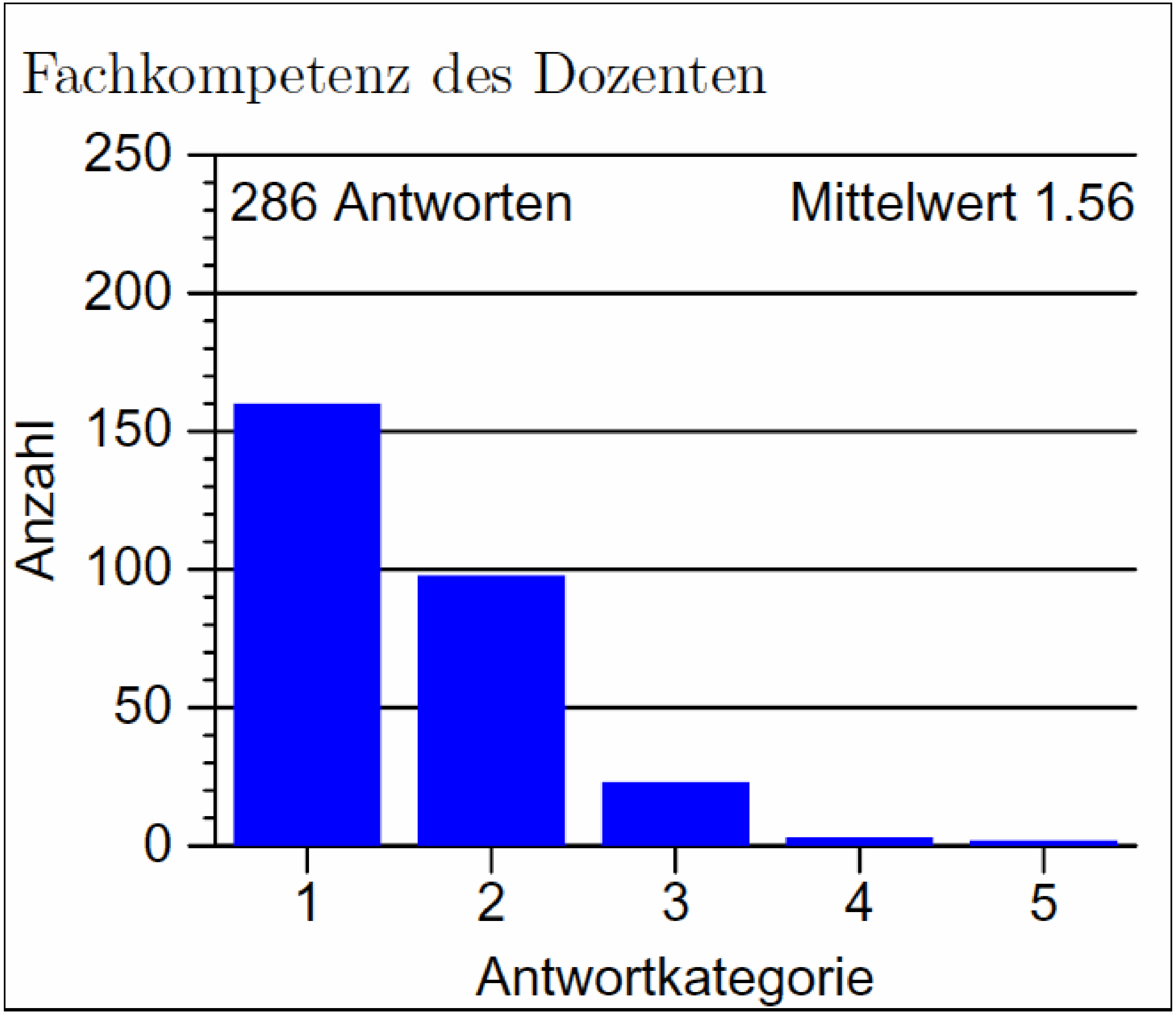
Auswertung der Umfrage

- Wenig überraschend
  - Erstsemester
  - Informatiker
  - Pflichtveranstaltung
  - Motivation des Publikums
  - Kaum Möglichkeiten zu Rückfrage und Diskussion

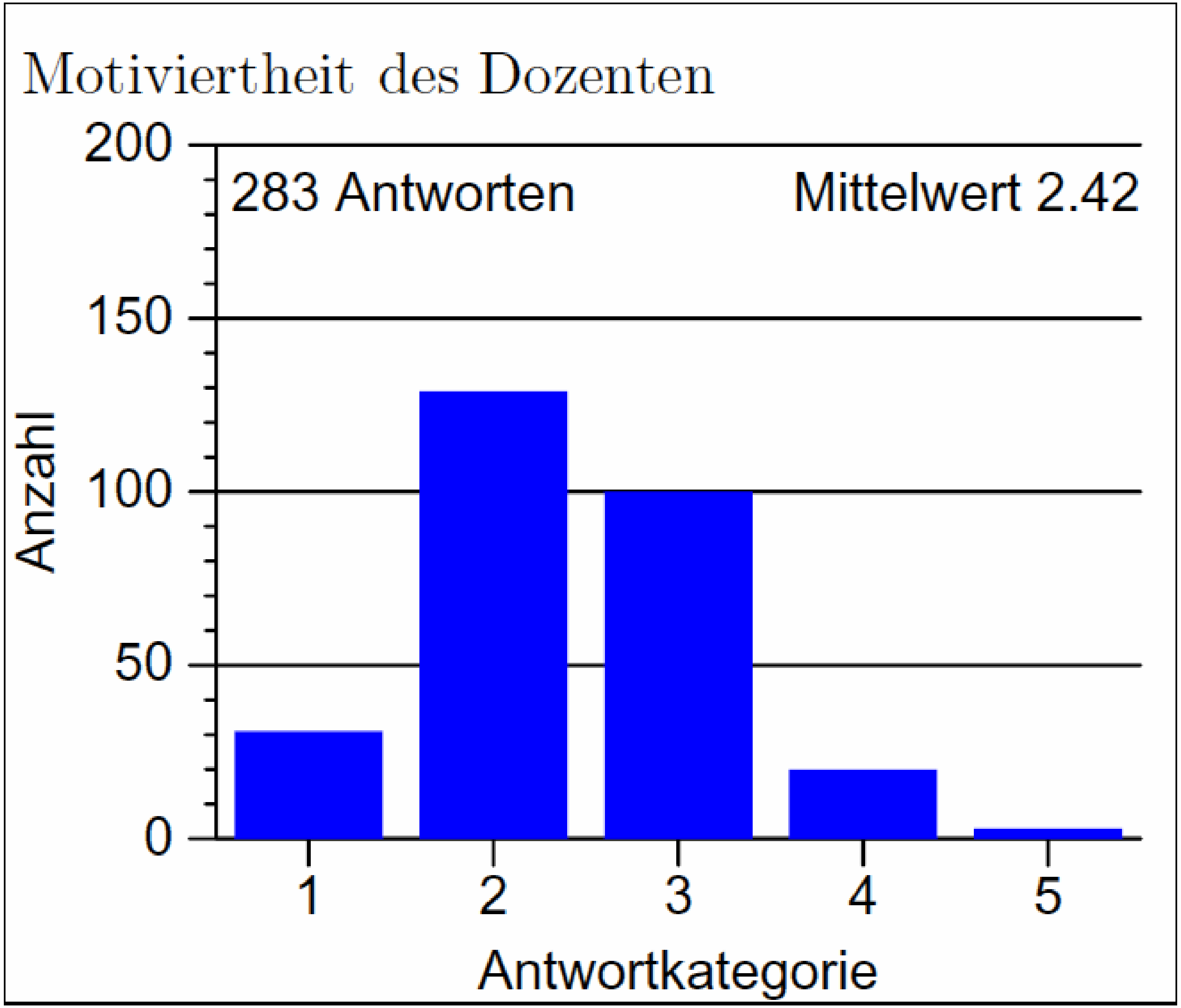
Auswertung der Umfrage: Vorlesung



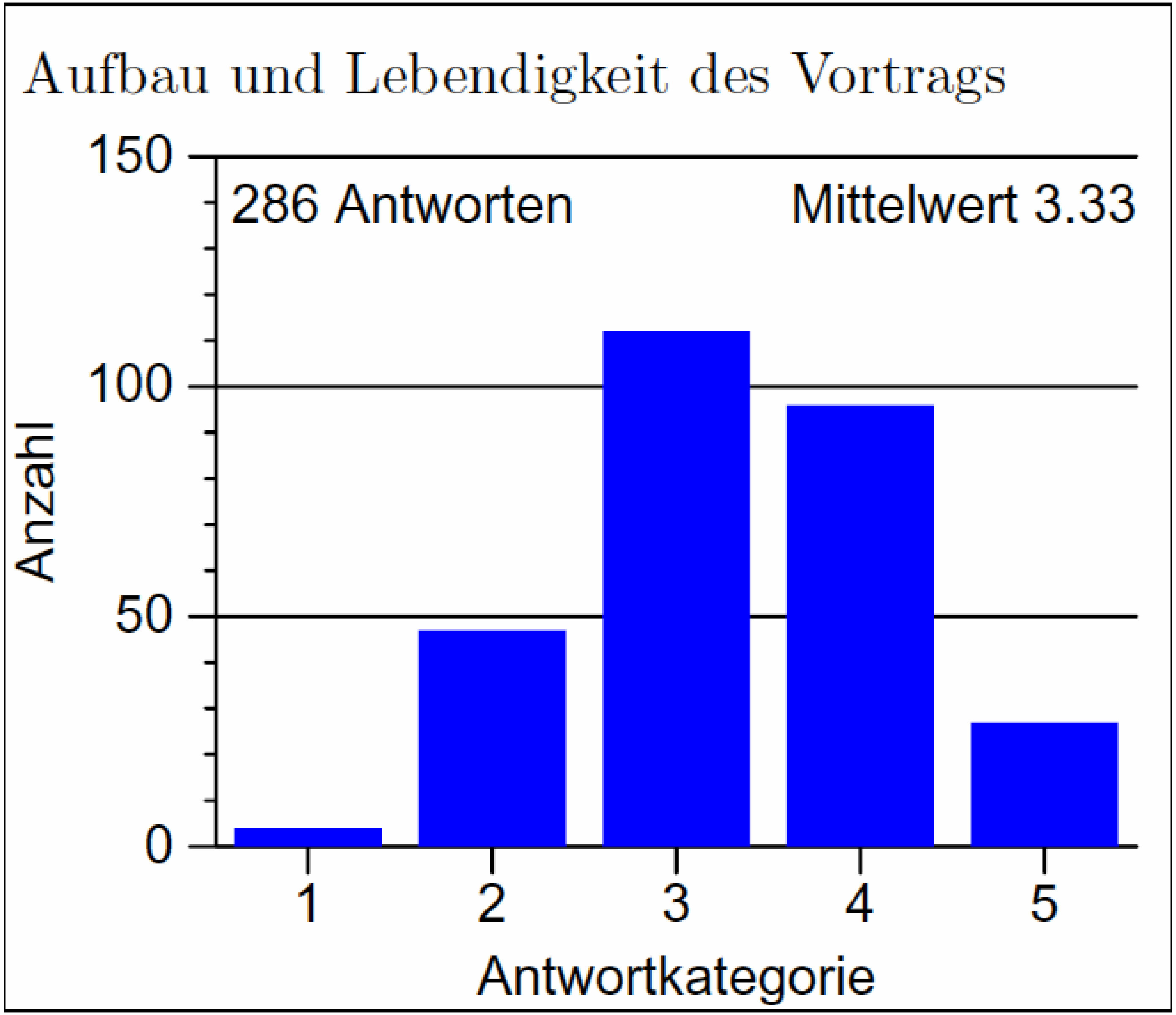
Auswertung der Umfrage: Vorlesung

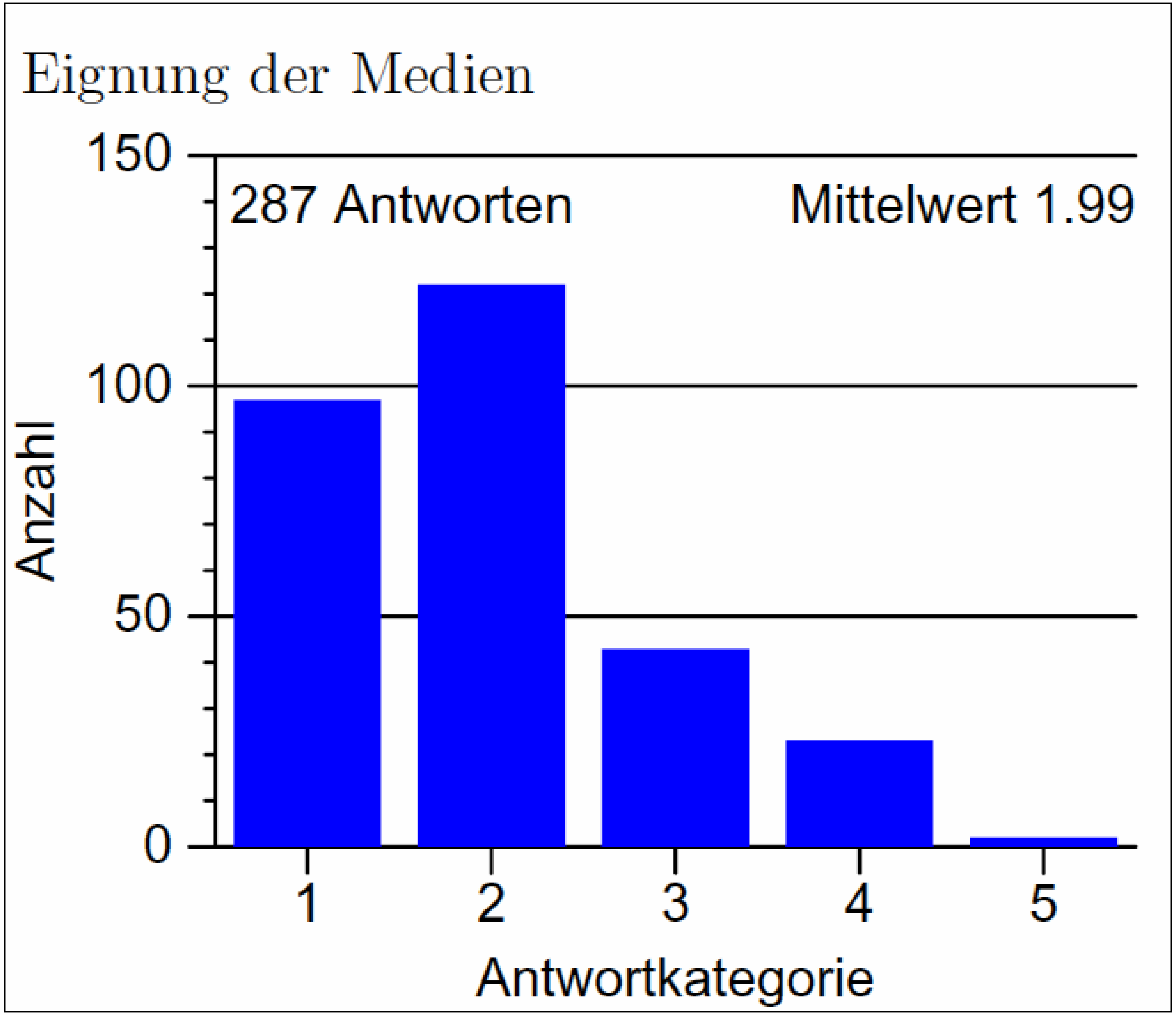


Auswertung der Umfrage: Vorlesung

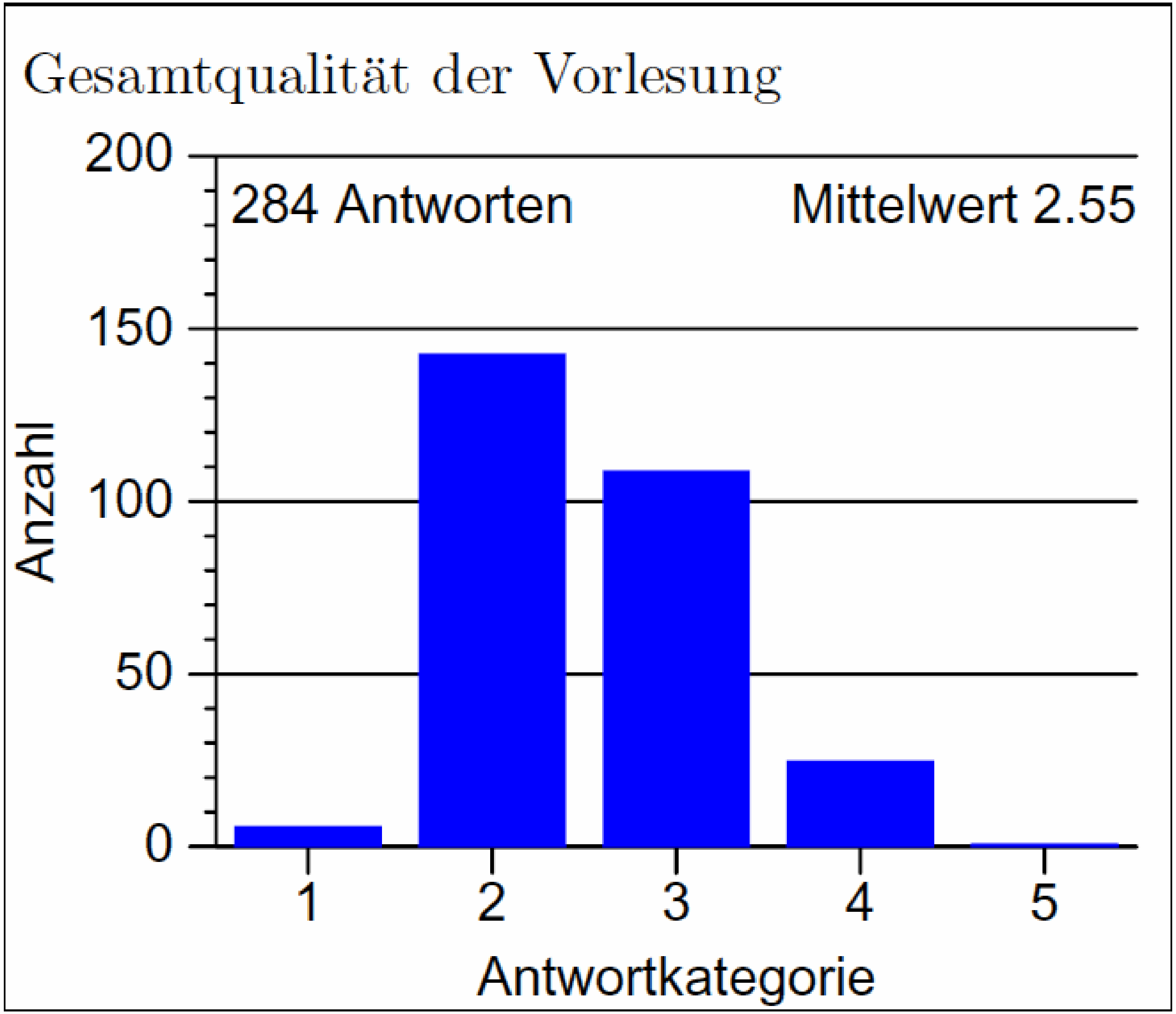


Auswertung der Umfrage: Vorlesung

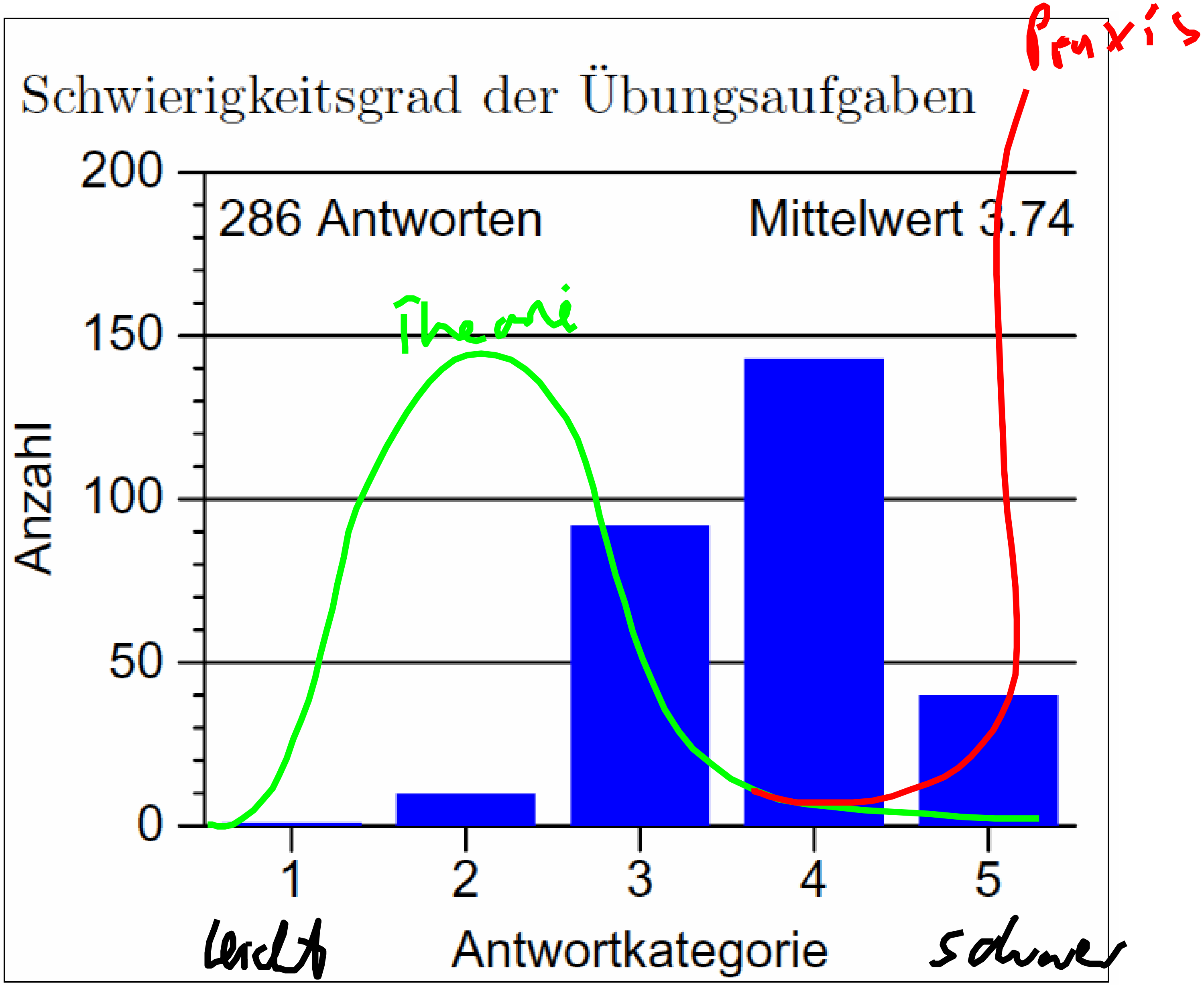



Eignung der Medien
287 Antworten
Mittelwert 1.99
Anzahl
0
50
100
150
1
2
3
4
5
Antwortkategorie

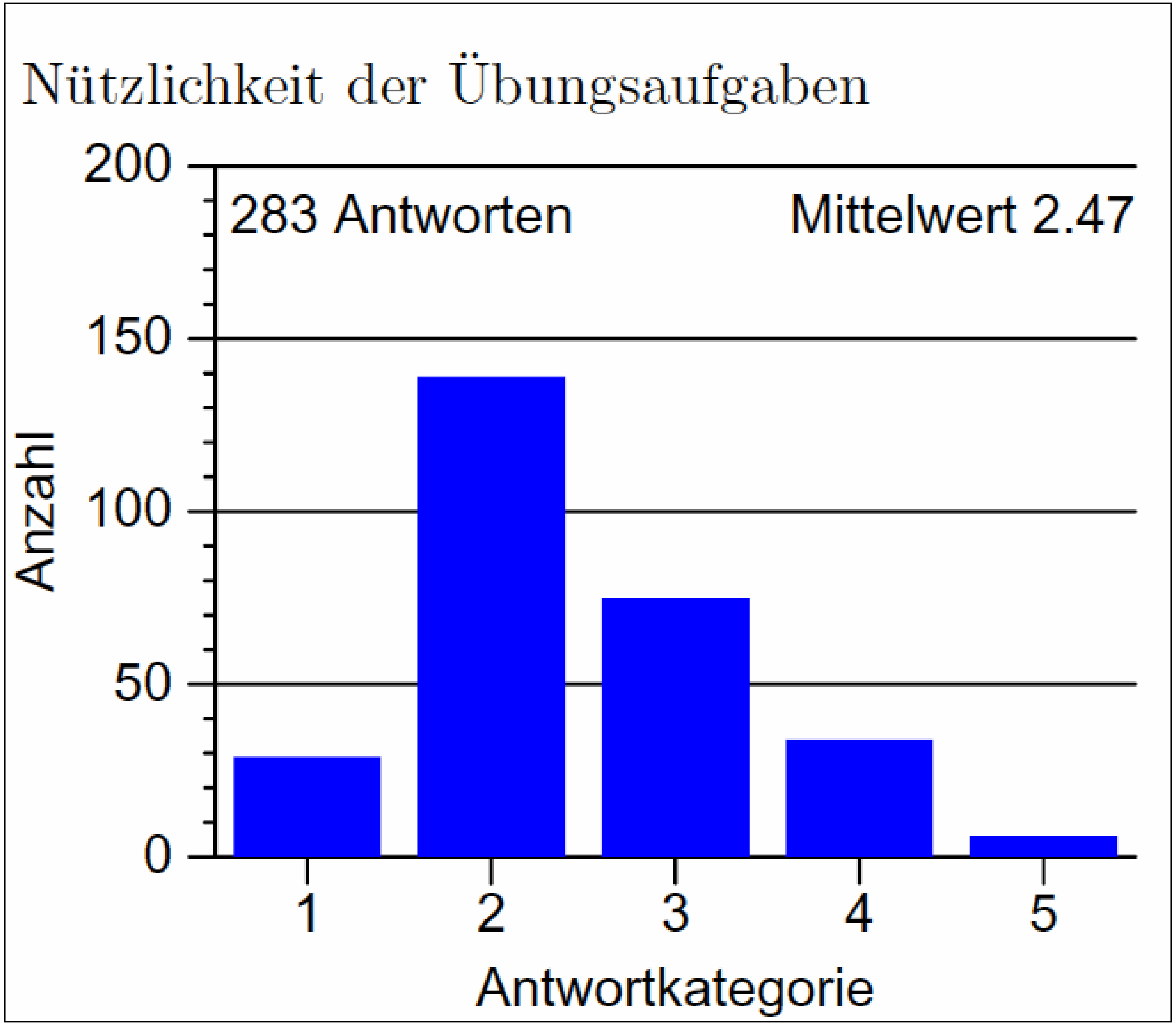
Auswertung der Umfrage: Vorlesung



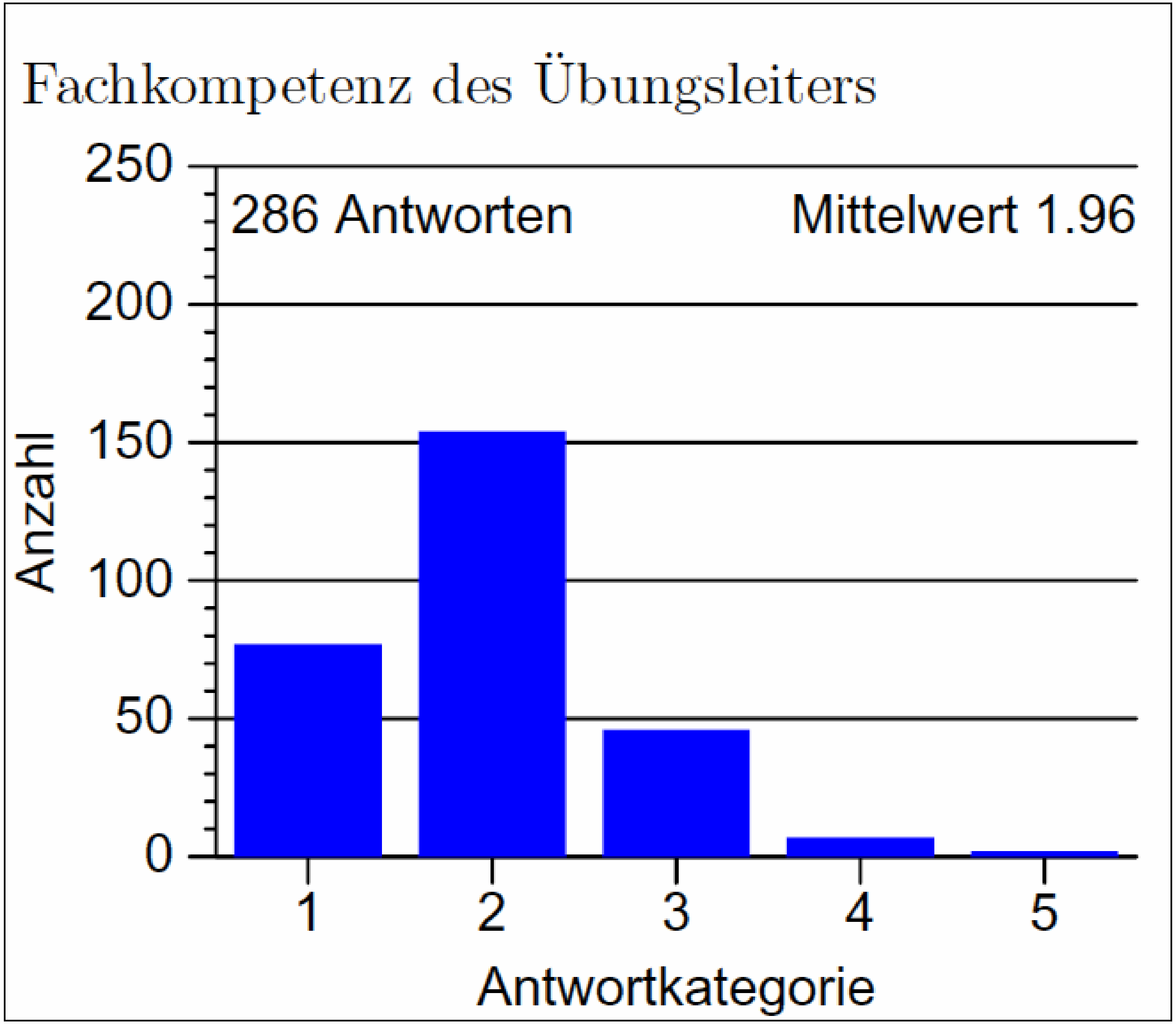
Auswertung der Umfrage: Übung



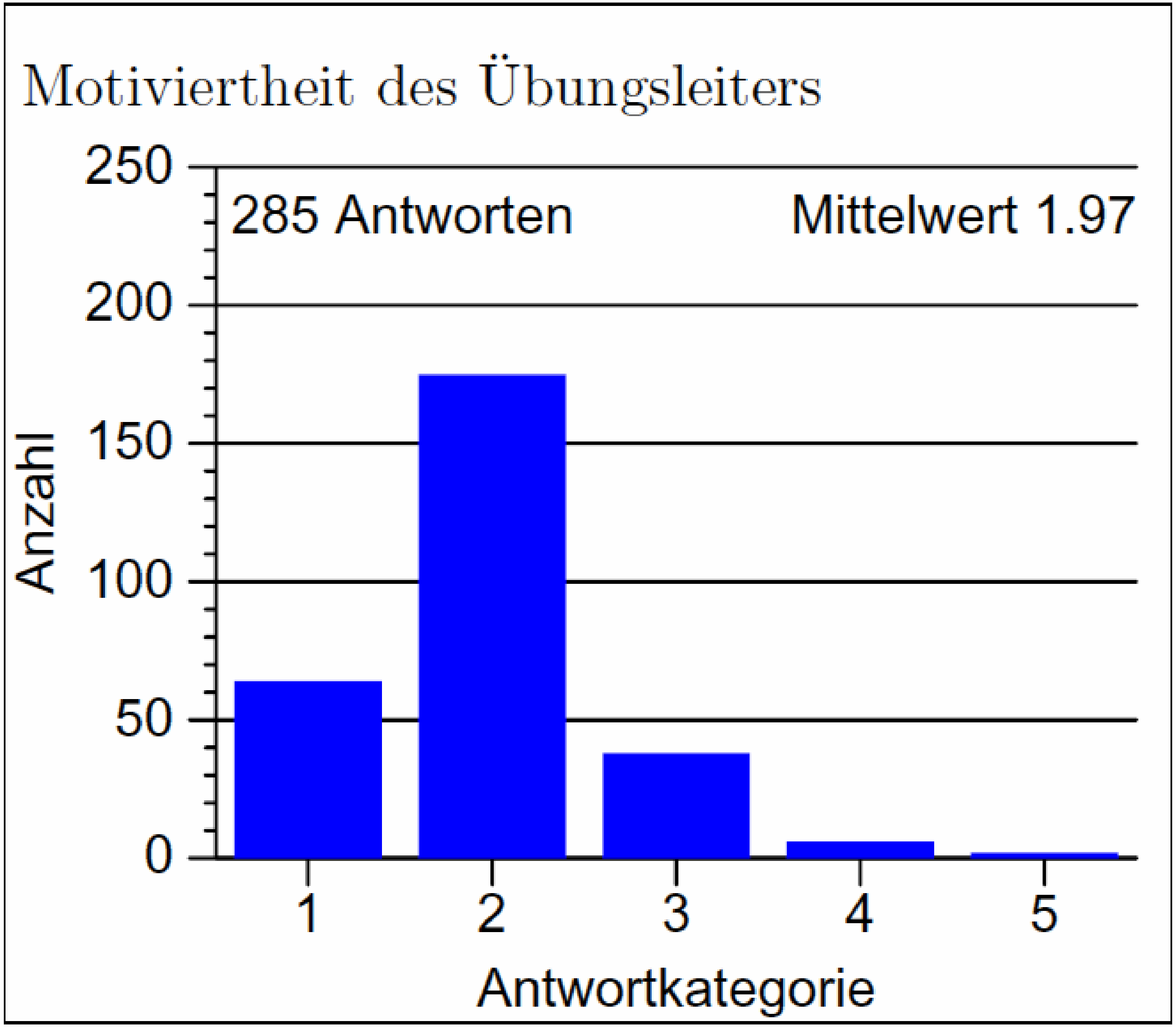
Auswertung der Umfrage: Übung

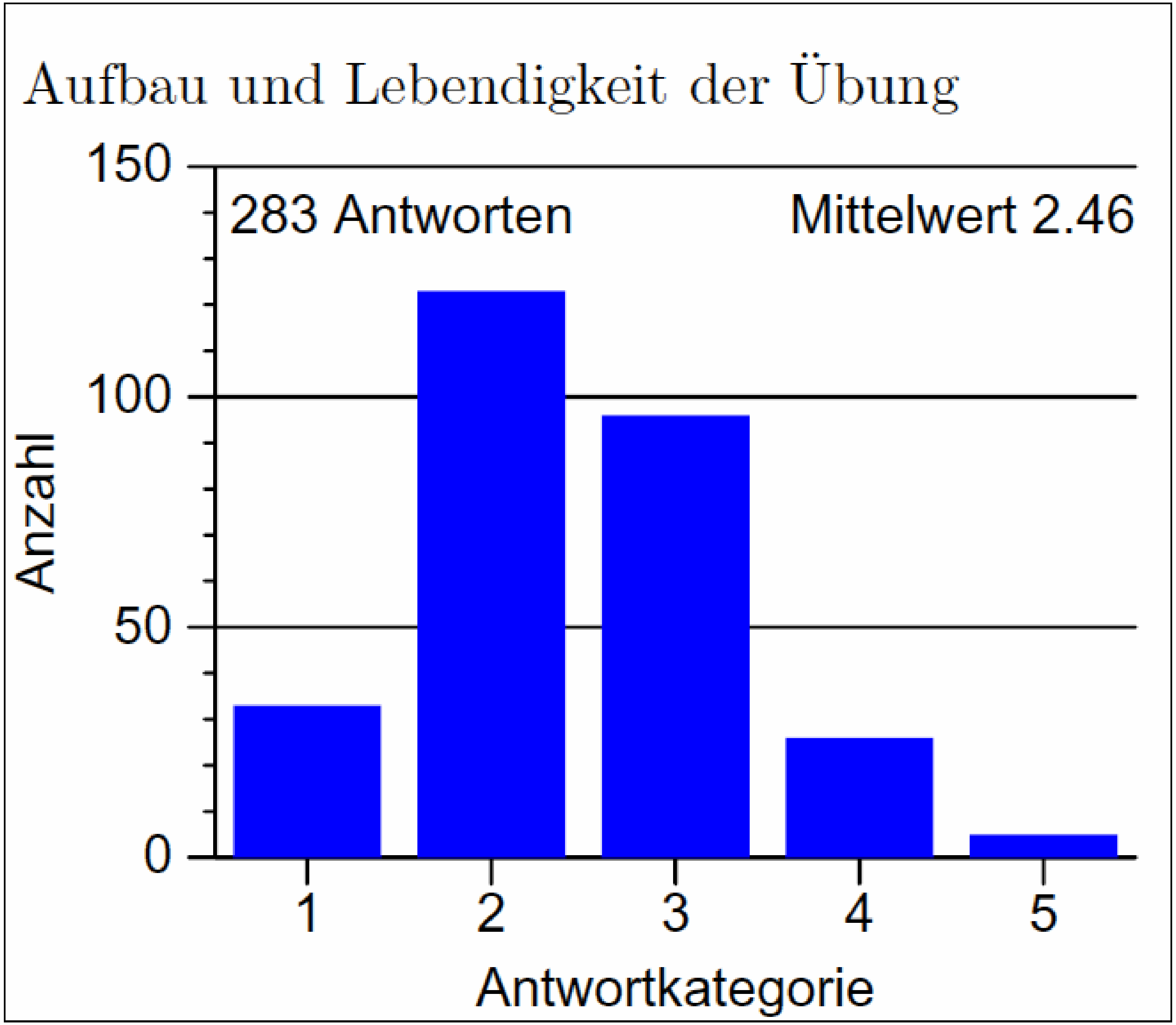


Auswertung der Umfrage: Übung



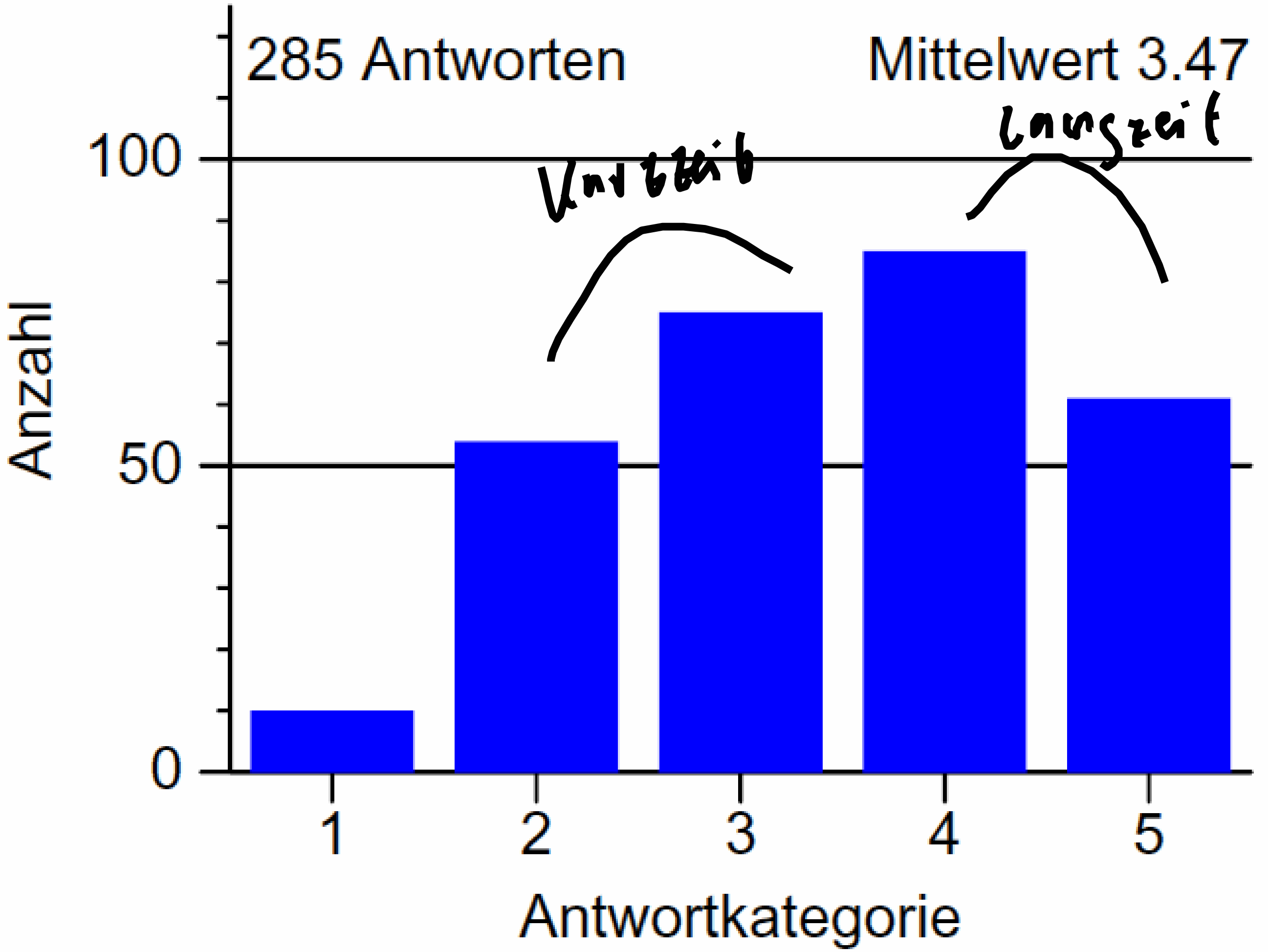
Auswertung der Umfrage: Übung



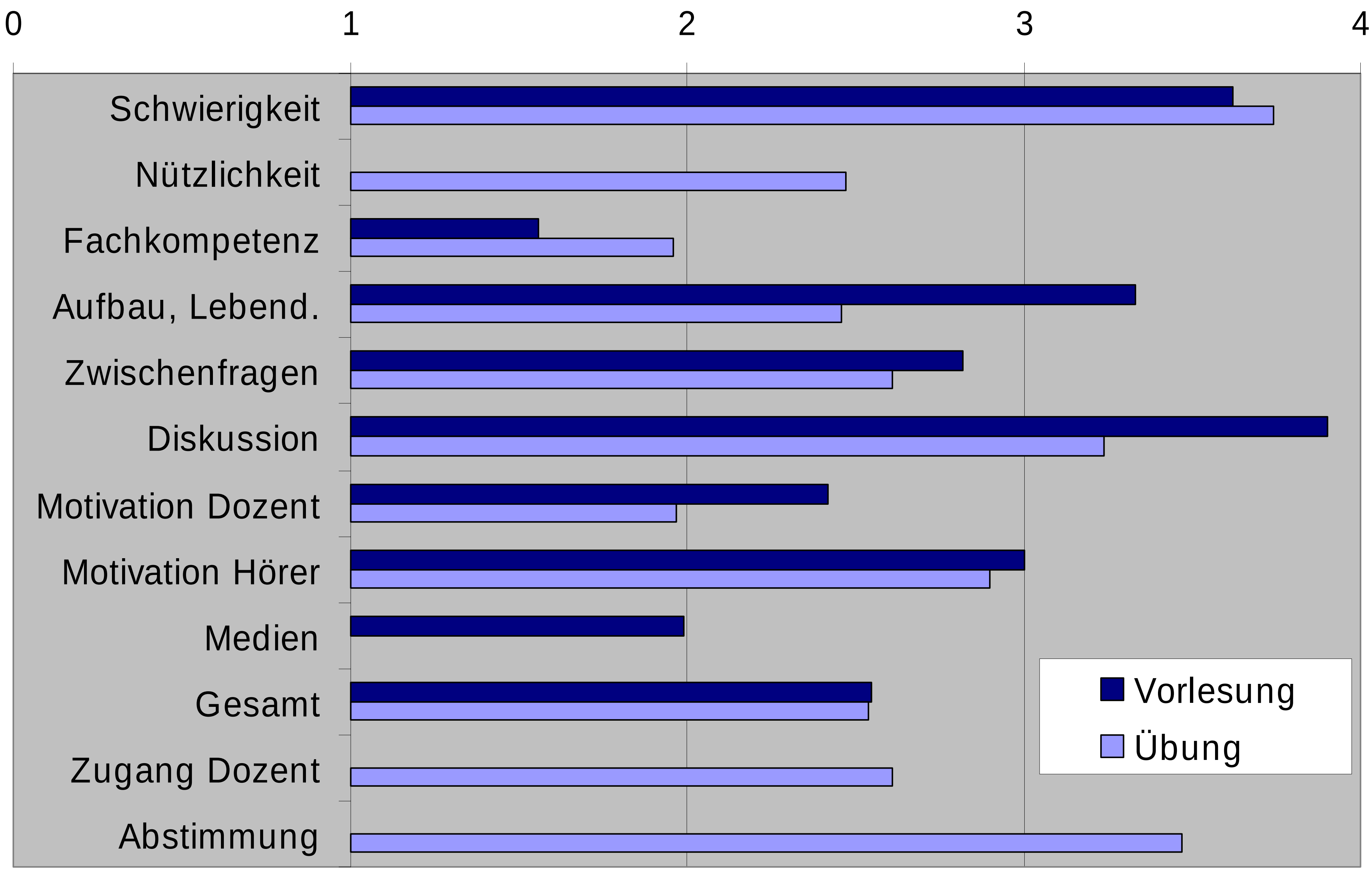

Aufbau und Lebendigkeit der Übung
283 Antworten
Mittelwert 2.46
Anzahl
150
100
50
0
1
2
3
4
5
Antwortkategorie

Auswertung der Umfrage: Abstimmung

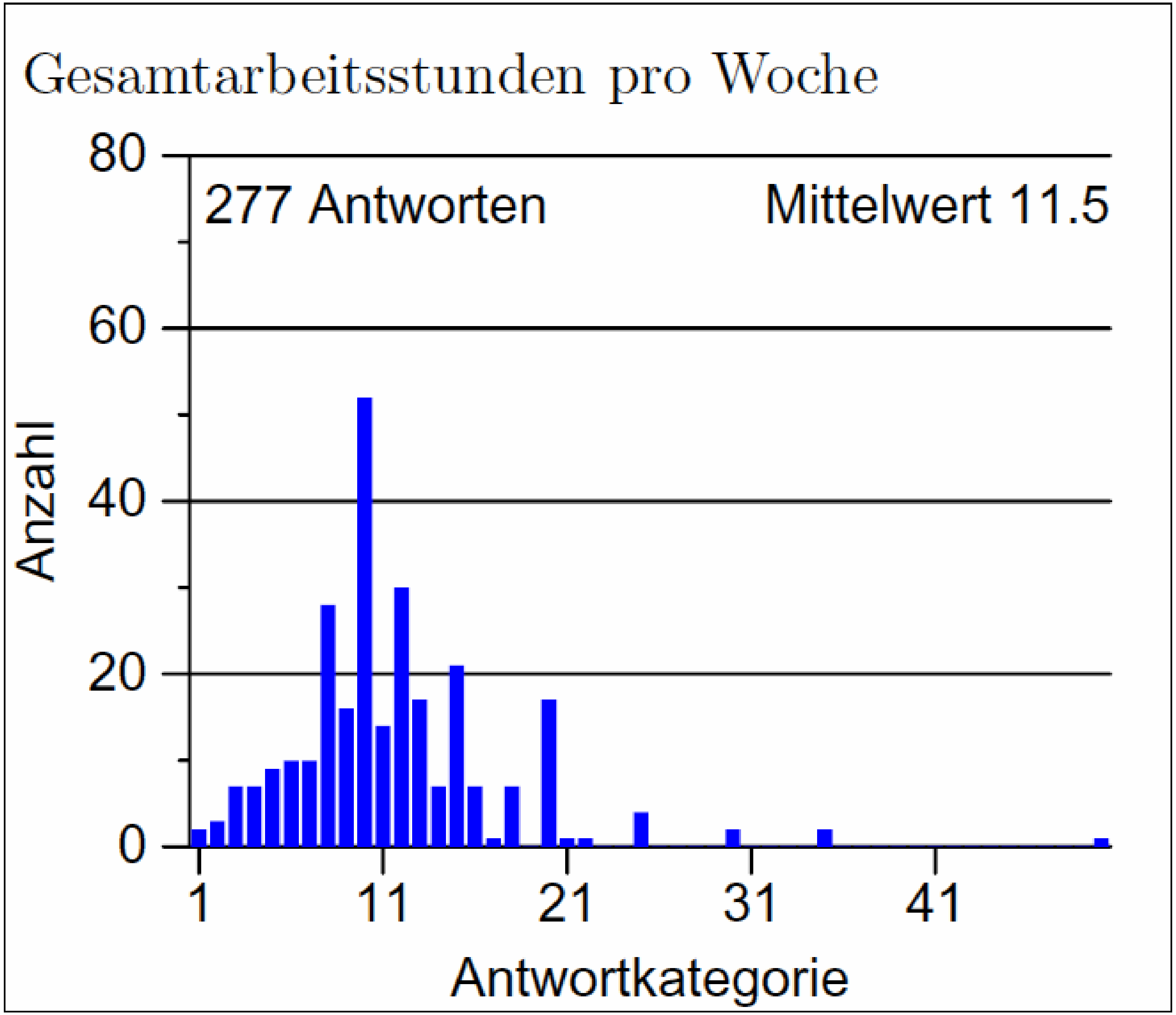
Zeitliche und inhaltliche Abstimmung der Übung auf die Vorlesung



Gesamtbild


0
1
2
3
4
Schwierigkeit
Nützlichkeit
Fachkompetenz
Aufbau, Lebend.
Zwischenfragen
Diskussion
Motivation Dozent
Motivation Hörer
Medien
Gesamt
Zugang Dozent
Abstimmung
Vorlesung
Übung

Schlußwort


Gesamtarbeitsstunden pro Woche
277 Antworten
Mittelwert 11.5
Anzahl
0
20
40
60
80
1
11
21
31
41
Antwortkategorie